

Population Education & Rural Development

Paper-V, Sem-II

Unit-I

(Tabulation of Data, Conversion of raw Data into frequency distribution, Graphical Prresentation of Data)

Dr. Sandhya Yadav

Assistant Professor

Department of Social Work

University of Lucknow, Lucknow

Email: sandhya9592@gmail.com

चित्रों द्वारा सांख्यिकीय समकों का प्रदर्शन (Diagrammatic Representation of the Statistical Data)

सांख्यिकीय समकों का चित्रात्मक और बिन्दुरेखीय प्रदर्शन निश्चित रूप से एक साधारण व्यक्ति के सरल और अच्छे ढंग से सांख्यिकीय व्याख्या को समझने के लिए आवश्यक औजार है। तथ्यों का वर्गीकरण और सारिणीयन कर देने से तथ्यों के ढेर को व्यवस्थित व क्रमबद्ध किया जाता है परन्तु इसका स्वरूप शुष्क, भ्रमित और बिखरा हुआ है। यदि तथ्य संख्या व आकार में बड़े हों तो इनके अध्ययन के लिए अधिक समय और मस्तिष्क पर अत्यधिक जोर देने की आवश्यकता होती है। तथ्यों का चित्रों तथा ग्राफ के रूप में प्रदर्शन से मस्तिष्क पर अत्यधिक स्थायी प्रभाव पड़ता है। जब तथ्यों में दो गुणों की एक दूसरे से तुलना करनी हो तो ग्राफ और चित्रों से हमेशा तुलनात्मक रूप का महत्व जितना स्पष्ट होता है उतना किसी अन्य विधि से सम्भव नहीं है। यह तथ्यों के विवरणात्मक अध्ययन में समय और परिश्रम दोनों को बचाता है।

यद्यपि इसके कुछ दुष्परिणाम भी हैं। चरों के अध्ययन में ग्राफ यथार्थ माप नहीं देता है। चित्रों के द्वारा बहुमुखी सूचनाओं का प्रदर्शन सम्भव नहीं होता है। चित्रों के द्वारा सूक्ष्म अन्तर को दिखाना सम्भव नहीं हो पाता तथा संख्यात्मक प्रदर्शन भी असम्भव होता है। इसमें माप के लिए उचित निर्णय लेने में कठिनाई होती है। भिन्न-भिन्न माप के स्तर से तथ्यों का उचित (सही) प्रदर्शन करना सम्भव नहीं होता है।

चित्र बनाने के सामान्य नियम

1. चित्र का शीर्षक चित्र के ऊपर या नीचे किसी भी स्थान में हो सकता है परन्तु वह छोटा तथा विषय को सही रूप में स्पष्ट करता हो।
2. चित्रों का निर्माण करते समय उनमें स्पष्टता, सुन्दरता, आकर्षक तथा यथार्थता होनी चाहिए।
3. चित्र बनाने से पहले स्थान व अंकित सूचना के अनुसार मापदण्ड निश्चित कर लेना चाहिए और उसे कागज की माप के अनुसार होना चाहिए।
4. चित्रों में आवश्यकतानुसार सूचना को प्रदर्शित करने के लिए आकर्षक चिन्हों व रंगों का प्रयोग करना चाहिए जिससे कि तथ्यों के महत्वपूर्ण विशेषताओं पर ध्यान अपने आप आकर्षित हो।
5. चित्रों का चुनाव उचित रीति से करना चाहिए उसके चुनाव से पहले उपयुक्तता पर ध्यान देना चाहिए।
6. चित्र ज्यामितीय रूप से सही होने चाहिए। यह ध्यान रखना चाहिए कि आकड़ों के प्रतिनिधि होते हैं,

अतः उनके पारस्परिक अनुपात में अन्तर नहीं होना चाहिए।

चित्रों के प्रकार

साधारणतः चित्रों को विभिन्न भागों में विभाजित करते हैं :

एक विमा चित्र

यह क्षैतिज या उर्ध्व रेखाओं या दण्ड के रूप में होती है। रेखा या दण्ड की लम्बाई से ही पदों के मूल्यों को प्रदर्शित किया जाता है। दण्ड चित्र निम्न प्रकार के होते हैं :

सरल दण्ड चित्र

सरल दण्ड चित्र एक विमीय चित्र है। इन चित्र का उपयोग एक चर मूल्यों के समय और भौगोलिक स्थान आदि से तुलना में करते हैं। यह दण्ड चित्रों का सबसे सरल रूप है। इस प्रकार के चित्रों में तथ्यों के परिणामों या माप को केवल सीधी लाइनों द्वारा ही नहीं बल्कि चौड़ाई लिए हुए लम्बी छड़ों द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। लम्बाई के साथ-साथ चौड़ाई होने से यह देखने में सुन्दर लगते हैं। इनकी चौड़ाई का निर्धारण चित्र बनाने वाला अपनी कलात्मक दृष्टि से करता है, परन्तु इनकी लम्बाई तथ्यों के परिणाम के अनुसार होती है। दण्डों के मध्य समान स्थान छोड़ना चाहिए। दण्ड रचना का निर्माण करते हुए इच्छानुसार उचित स्थान पर उनकी माप और शीर्षक लिखना चाहिए।

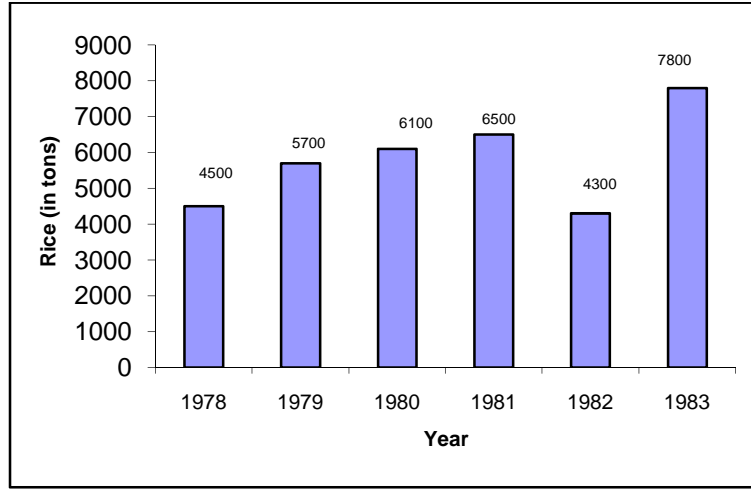
उदाहरण

भारतीय राज्य में चावल की उपलब्धि (टन में) को दण्ड चार्ट बना कर प्रदर्शित करो :

वर्ष	1978	1979	1980	1981	1982	1983
चावल (टन में)	4500	5700	6100	6500	4300	7800

हल

दिये गये तथ्यों में एक चर मूल्य को प्रदर्शित करता है अतः यहाँ सरल दण्ड चित्र चित्रित होगा जो निम्न है :



अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र

इसके अन्तर्गत जब एक चर मूल्य विभिन्न भागों में विभक्त हो तो उसे अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं। ये विभिन्न भाग कुल परिणाम के साथ अपना अनुपात प्रकट करते हैं और एक-दूसरे से तुलनीय होते हैं। भिन्न भागों को प्रदर्शित करने के लिए भिन्न चिन्हों या रंगों का प्रयोग करते हैं। परन्तु प्रत्येक भाग के सम्पूर्ण दण्डों के चिन्ह या रंगों को एक समान रखते हैं। चिन्हों या रंगों और प्रयोग किये गये मापों की सूची को चित्र में लगाना चाहिए।

उदाहरण

निम्न सारिणी में कक्षा XI के पिछले तीन वर्ष का परिणाम दिया गया है :

वर्ष	छात्रों की संख्या			
	प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण	द्वितीय श्रेणी में उत्तीर्ण	तृतीय श्रेणी में उत्तीर्ण	अनुत्तीर्ण
1988	10	35	25	10
1989	15	25	35	15
1990	15	25	40	10

उपरोक्त तथ्यों को अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र के रूप में प्रस्तुत करो।

हल

सर्वप्रथम दिये गये वर्षों में बच्चों की संख्या का सरल दण्ड चित्र बनायेंगे।

वर्ष : 1988 1989 1990

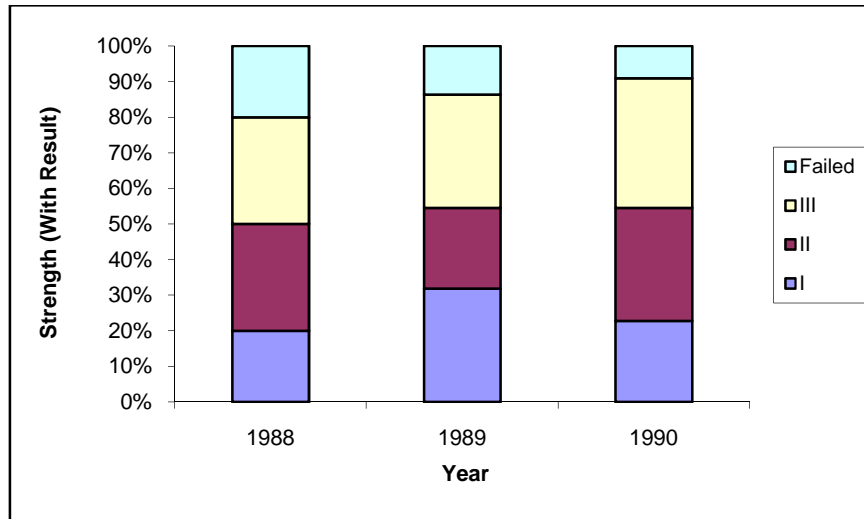
संख्या : 80 90 100

अब प्रत्येक को चार भागों में अन्तर्विभक्त करेंगे।

I दण्ड का अनुपात 10 : 35 : 25 : 10

II दण्ड का अनुपात 15 : 25 : 35 : 15

III दण्ड का अनुपात 15 : 35 : 40 : 10



उदाहरण

निम्न आंकड़ों में दो परिवारों का खाना, कपड़ा, शिक्षा, ईंधन, मकान का किराया और अन्य आवश्यक वस्तुओं (प्रतिशत में) पर होने वाला व्यय दिखाया गया है:

सामान	व्यय प्रतिशत में	
	परिवार A	परिवार B
खाना	30	40
कपडे	15	20
शिक्षा	20	15
ईंधन	10	10
मकान का किराया	15	10
अन्य	10	5

उपरोक्त आकड़ों को अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र में प्रदर्शित करो?

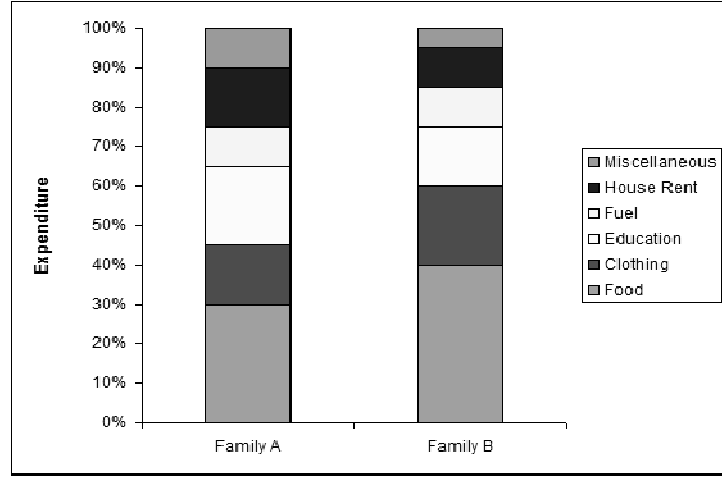
हल

सर्वप्रथम दो समान लम्बाई और चौड़ाई के आयत एक दूसरे से थोड़ी दूरी पर बनाएंगे।

तब, उसे दिये गये अनुपात में बांटेंगे :

प्रथम बार : 30 : 15 : 20 : 10 : 15 : 10

द्वितीय बार : 40 : 20 : 15 : 10 : 10 : 5



मिश्रित (बहुगुणी) दण्ड चित्र

यह सरल दण्ड चित्र का विस्तृत रूप है। इसमें एक साथ ही एक से अधिक तथ्यों को प्रदर्शित किया जा सकता है। मिश्रित (बहुगुणी) दण्ड चित्र में दो या दो से अधिक तथ्यों को भिन्न दण्डों के द्वारा भिन्न-भिन्न रंगों या चिन्हों के द्वारा प्रदर्शित कर तुलना करने में अत्यधिक उपयोगी है। सारिणी में इन चिन्हों और रंगों का विवरण अवश्य देना चाहिए। तथ्यों के विभिन्न गुणों की तुलना के लिए दण्डों को एक दूसरे से सटाकर बनाया जाता है। इन चित्रों का निर्माण दो या दो से अधिक अन्तःसम्बन्ध तथ्यों जिसमें विभिन्न समय, स्थान आदि की दृष्टि से तुलना करनी हो उनके अध्ययन के लिए बनाये जाते हैं।

उदाहरण

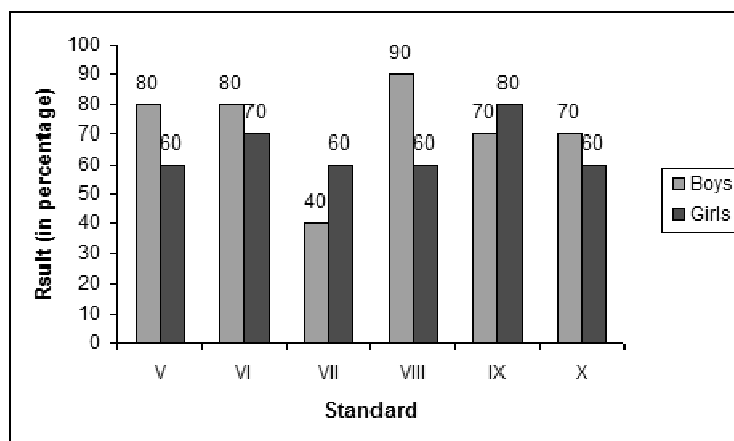
हाईस्कूल में वर्ष 1989-90 की वार्षिक परीक्षा के परिणाम निम्न सारिणी में प्रदर्शित हैं:

कक्षा	V	VI	VII	VIII	IX	X
लड़के	80	80	40	90	70	70
लड़कियाँ	60	70	60	60	80	60

उपरोक्त तथ्यों को बहुगुणी दण्ड चित्र के रूप में प्रदर्शित करो ।

हल

यहाँ पर प्रत्येक कक्षा के लिए लड़के और लड़कियों के अलग-अलग परिणाम दिये गये हैं अतः दो चर मूल्यों का प्रयोग हुआ जिसको निम्न प्रकार प्रदर्शित करेंगे।



प्रतिशत दण्ड चित्र

यह दण्ड भी अन्तर्विभक्त होते हैं। प्रतिशत दण्ड चित्र में आकड़ों को प्रतिशत में परिवर्तित करके उसके अनुसार दण्ड विभाजित किया जाता है। प्रत्येक दण्ड की लम्बाई चौड़ाई बराबर होती है क्योंकि प्रत्येक दण्ड को 100 के बराबर प्रदर्शित करते हैं। केवल उसके अन्तर्विभाजन में प्रतिशत की भिन्नता के अनुसार अन्तर होता है।

उदाहरण

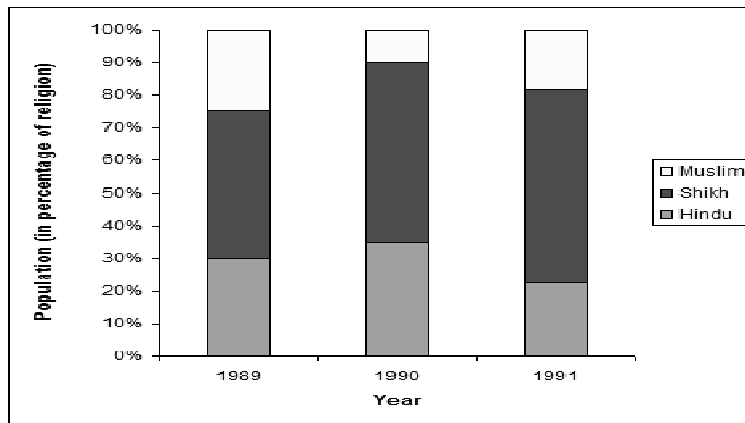
निम्न तथ्य राज्य में हिन्दू, सिक्ख और मुसलमानों के प्रतिशत को वर्ष 1989 से 1991 के अन्तर्गत प्रदर्शित करते हैं :

वर्ष	हिन्दू	सिक्ख	मुसलमान
1989	30%	45%	25%
1990	35%	55%	10%
1991	25%	55%	20%

इनका प्रतिशत दण्ड चित्र बनाओ?

हल

वर्ष	हिन्दू	सिक्ख	मुसलमान	कुल
1989	30%	45%	25%	100%
1990	35%	55%	10%	100%
1991	25%	55%	20%	100%



उपरोक्त चित्र से यह प्रमाण सामने आता है कि प्रतिशत दण्ड चित्र वास्तव में एक अच्छी प्रक्रिया है। तथ्यों के अंशों को प्रतिशत में व्यक्त करने के कारण इससे तुलना में बड़ी सरलता होती है। ये चित्र सापेक्ष स्थिति को प्रकट करते हैं।

द्विदिशा-दण्ड चित्र

द्विदिशा दण्ड चित्र का प्रयोग अधिक या न्यूनता को दिखाने के लिए होता है जैसे कुल लाभ या हानि, आयात या निर्यात आदि। यह दण्ड घनात्मक तथा ऋणात्मक दोनों मूल्यों में दिखाये जाते हैं।

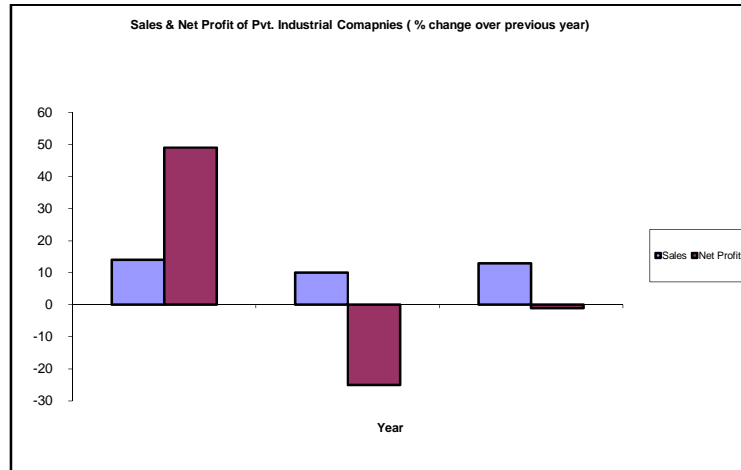
घनात्मक मूल्यों को आधार रेखा के ऊपर की ओर तथा ऋणात्मक मूल्यों को आधार रेखा के नीचे प्रदर्शित करते हैं।

उदाहरण

निम्न तथ्य किसी प्राइवेट औद्योगिक कम्पनी के विक्रय और कुल लाभ को प्रदर्शित करता है:

वर्ष	विक्रय	कुल लाभ
1985—86	14:	49:
1986—87	10:	-25:
1987—88	13:	-1:

द्विदिशा दण्ड चित्र प्रदर्शित करो?



द्विविमा या दो विस्तार वाले चित्र

यह वृत्त, वर्ग और आयत के रूप में होते हैं। इसमें लम्बाई और चौड़ाई दोनों मूल्यों का चित्रण किया जाता है। इन चित्रों को क्षेत्रफल चित्र भी कहते हैं क्योंकि क्षेत्रफल पदों के मूल्य के अनुपात में होते हैं।

सामान्यतः यह तीन प्रकार के होते हैं :

वृत्त या पाई चित्र

यह सरलतम दो विमा चित्र है। प्रत्येक वृत्त को कई भागों में उनके सम्पूर्ण घटकों के अनुसार विभाजित किया जाता है। पूर्ण वृत्त विभिन्न घटकों के पूर्णता को प्रदर्शित करता है। इस अन्तर्विभक्त वृत्त को पाई चित्र भी कहते हैं।

वृत्त का क्षेत्रफल अर्द्धव्यास के वर्गमूल के प्रत्यक्ष अनुपातिक होता है क्योंकि अध्ययन में किसी वृत्त की त्रिज्या चित्र के वर्गमूल के अनुपात में होती है।

वर्ग

जब चित्र में प्रदर्शित किये जाने वाले आकड़ों में परस्पर बहुत अधिक अन्तर होता है तो उसे छड़ चित्रों द्वारा स्पष्ट प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है। इन परिस्थितियों में वर्ग, वृत्त और आयत का उपयोग करते हैं। वर्ग-चित्र आयत दण्डों की तुलना में अधिक अच्छा परिणाम देते हैं, जब दो तथ्यों में अन्तर अधिक होता है। वर्ग चित्र में लम्बाई अथवा चौड़ाई का अधिक महत्व नहीं होता है इसमें क्षेत्रफल को महत्व दिया जाता है। वर्ग चित्र बनाने में सबसे पहले संख्याओं का वर्गमूल निकाला जाता है फिर उन वर्गमूलों का अनुपात निकालते हैं। यह अनुपात ही वर्ग की भुजा की लम्बाई होती है। चित्र के साथ माप भी लगाते हैं।

आयत चित्र

सांख्यिकीय तथ्यों की गणना में दण्ड चित्रों का प्रयोग केवल दण्ड की लम्बाई की गणना के लिए होता है उसकी चौड़ाई के लिए नहीं, परन्तु आयत चित्र में लम्बाई और चौड़ाई दोनों को आधार के रूप में उपयोग में लाया जाता है। इस प्रकार के चित्रों का प्रयोग प्रतिशत परिवर्तन को दर्शाने के लिए किया जाता है।

त्रिविमा चित्र या परिमा चित्र

यह घन, बेलनाकार तथा गोले आदि के रूप में होते हैं। इन चित्रों का प्रयोग तब होता है जब तुलना करने वाले पदों में एक बहुत छोटा और दूसरा पद बहुत बड़ा होता हो कि वर्गमूल लेने पर भी दोनों में अन्तर बहुत ज्यादा हो तो ऐसी संख्या को त्रिविमा चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। इन चित्रों में लम्बाई, चौड़ाई तथा गहराई तीनों की माप ली जाती है। इन चित्रों में तथ्यों या आँकड़ों की तुलना क्षेत्रफल के आधार पर न करके आयतन के आधार पर की जाती है। इन परिमा चित्रों में अन्य की अपेक्षा घन की रचना सरल है। परन्तु सांख्यिकीय रूप में प्रस्तुतीकरण के लिए यह अत्यधिक उपयोगी नहीं है क्योंकि इनके निर्माण में अत्यधिक कठिनाई होती है और इन चित्रों की दृष्टात्मक तुलना में अत्यधिक कमियाँ हैं।

व्यवहारिक रूप में इन चित्रों का बनाना अत्यधिक कठिन है अतः सांख्यिकी कार्यों के लिए इस विधि के प्रयोग की सलाह नहीं दी जाती है।

उदाहरण

वर्ष 1995 में सामाजिक अव्यवस्था की संख्या सारिणी में दी हैं। इन तथ्यों को घन चित्र के रूप में प्रदर्शित करो।

क्षेत्र	जम्मू कश्मीर	दिल्ली	उत्तर प्रदेश	भारत
अव्यवस्था की संख्या	80	9	26	1521

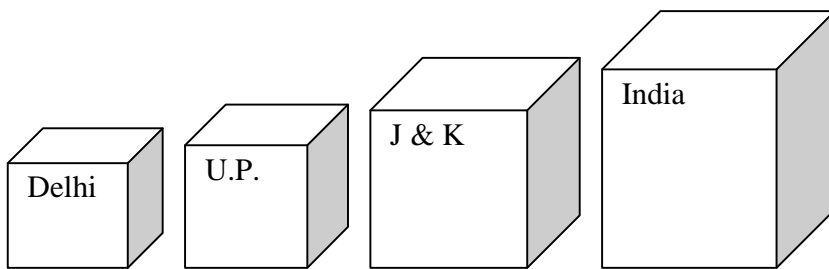
हल

घन की भुजाएं घनमूलों के अनुपात में होती हैं जैसे

$$\sqrt[3]{80} : \sqrt[3]{9} : \sqrt[3]{26} : \sqrt[3]{1521}$$

$$= 4.31 : 2.08 : 2.96 : 11.5$$

पैमाना : $1\text{cm}^3 = 9$ अव्यवस्थाएं



चित्रलेख

आजकल (चित्रलेख) चित्रों द्वारा सांख्यिकीय अंकों को प्रदर्शित करने की यह सांख्यिकीय विधि सरकारी संस्था और निजी संस्थाओं में बहुत लोकप्रिय है। इस विधि में तुलना चित्रों के आधार अथवा संख्या

द्वारा प्रकट की जाती है। यह विधि अत्यधिक प्रभावशाली है इसमें चित्रों का प्रभाव शीघ्र और स्थायी होता है। इस विधि द्वारा तथ्यों को प्रदर्शित करने पर चित्र अधिक रोचक और आकर्षक लगते हैं।

मानचित्र

मानचित्र विधि का प्रयोग भौगोलिक तथ्यों के लिए अत्यधिक उपयोगी है, ऐसा विभिन्न भागों में वर्षा, तापमान, उपज, जनसंख्या का घनत्व आदि का प्रदर्शन इस मानचित्र में भिन्न रंग चिन्हों, बिन्दुओं आदि से करते हैं। इसके अत्यधिक उदाहरण भूगोल की पुस्तकों में पाये जाते हैं।

पाई चित्र

पाई चित्र वृत्त को कई भागों में उनके वर्ग के आवृत्ति वितरण के अनुसार बाँटता है। हर एक क्षेत्र का क्षेत्रफल उस वर्ग की सापेक्ष आवृत्ति के अनुपात को प्रदर्शित करता है। परन्तु हम जानते हैं कि ज्यामिती में किसी भाग का क्षेत्र उसके वृत्त के केन्द्र से बने कोण के अनुपातिक होता है। इसलिए हम वृत्त के केन्द्र से सापेक्ष आवृत्ति के अनुपात में कोण बनाते हैं।

हम जानते हैं कि वृत्त के केन्द्र पर कोण 360^0 होता है, इसी के अनुसार हम सम्पूर्ण को 360^0 मानकर उसके विभागों के लिए विभिन्न अंशों से कोणों की गणना करते हैं।

पाई चित्र और अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र के सापेक्ष लाभ

पाई चित्र और अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र एक ही सिद्धान्त पर आधारित है इसके उपरान्त भी इनके मध्य कुछ भिन्नता जो कि निम्नलिखित हैं :

1. दण्ड चित्र को बनाना सरल है परन्तु पाई चित्र के निर्माण के लिए किसी कुशल व्यक्ति की आवश्यकता होती है।
2. दण्ड चित्र तथ्यों के मध्य अत्यधिक अन्तर होने पर उनका तुलनात्मक प्रदर्शन करने में असफल है परन्तु पाई चित्र इन्हीं परिस्थितियों के लिए बनाए जाते हैं।
3. पाई चित्रों से तथ्यों के तुलनात्मक प्रदर्शन तथा अन्तः सम्बन्ध को अन्तर्विभक्त दण्ड चित्रों की अपेक्षा अधिक अच्छे ढंग से प्रदर्शित करता है।

उदाहरण-1

निम्न तालिका में चतुर्थ पंचवर्षीय योजना में होने वाले व्यय को दिखाया गया है:

मद	कृषि	उद्योग एवं खनिज	सिंचाई और बिजली	संचार	विविध
रूपये (करोड़ में)	6000	4000	2500	4500	3000

हल

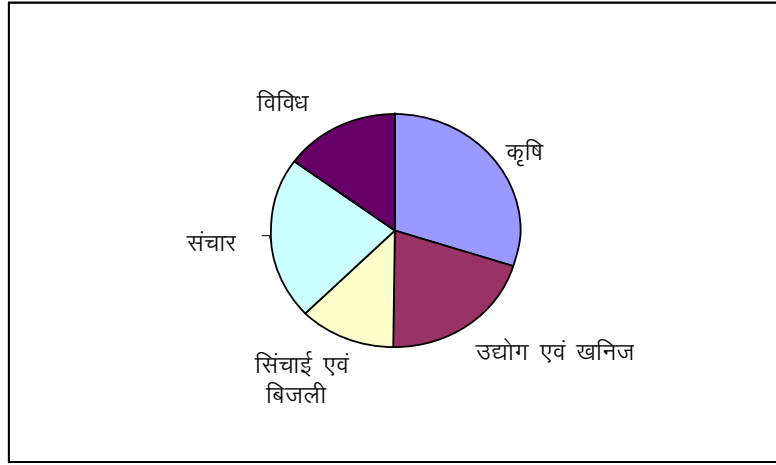
कुल व्यय = रु. (6000+4000+2500+4500+3000) करोड़

= रु 20,000 करोड़

कोणों के अंश की गणना

मद	रु० (करोड़ में)	कोण
1. कृषि	6000	$\{6000/20000*360\}^0=108^0$
2. उद्योग एवं खनिज	4000	$\{4000/20000*360\}^0=72^0$
3. सिंचाई और बिजली	2500	$\{2500/20000*360\}^0=45^0$
4. संचार	4500	$\{4500/20000*360\}^0=81^0$
5. विविध	3000	$\{3000/20000*360\}^0=54^0$
कुल	20000	360⁰

पाई चित्र को नीचे प्रदर्शित किया गया है :



उदाहरण-2

निम्न तालिका में परिवार में होने वाले व्यय दिये गये हैं पाई चित्र बनाइये?

(प्रतिशत में)

भोजन	कपड़ा	किराया	शिक्षा	अन्य व्यय	दवा
40	20	10	10	15	5

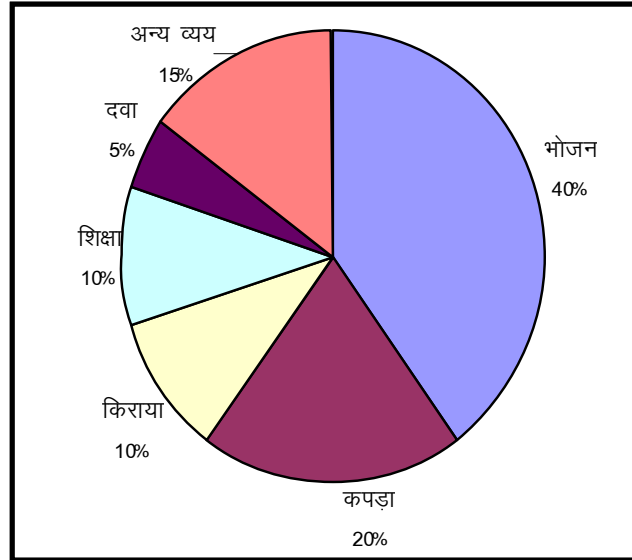
हल

कोणों के अंश की गणना

मद	व्यय (प्रतिशत में)	कोण
भोजन	40	$\frac{40}{100} \times 360 = 144^\circ$
कपड़ा	20	$\frac{20}{100} \times 360 = 72^\circ$

किराया	10	$\frac{10}{100} \times 360 = 36^\circ$
शिक्षा	10	$\frac{10}{100} \times 360 = 36^\circ$
दवा	5	$\frac{15}{100} \times 360 = 54^\circ$
अन्य व्यय	15	$\frac{5}{100} \times 360 = 18^\circ$

पाई चित्र निम्न है :

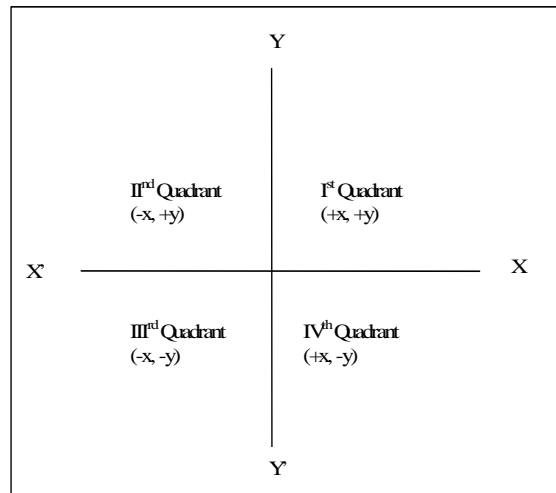


समय श्रेणी ग्राफ

समय श्रेणी ग्राफ में दो चर उपस्थित होते हैं आश्रित चर और स्वतन्त्र चर। समय श्रेणी तथ्यों में समय सदैव स्वतन्त्र चर होता और इसे क्षैतिज या X - अक्ष पर मापते हैं। जिसको भुजाक्ष कहते हैं, और दूसरे चर को जो आश्रित होता है उसे Y - अक्ष या उदग्र पर मापते हैं जिसको कोटि अक्ष कहते हैं।

रचना

क्षैतिज और उग्र अक्ष एक दूसरे को लम्बवत् काटते हैं और इस कटान बिन्दु को मूल-बिन्दु या शून्य बिन्दु को कहते हैं। यहाँ पर चार चरण हैं पहले चरण में x और y दोनों धनात्मक राशियाँ होती हैं, दूसरे चरण में x ऋणात्मक और y धनात्मक होती हैं। इसी प्रकार आगे के चरणों में तीसरे चरण में दोनों ऋणात्मक होती हैं चतुर्थ चरण में x धनात्मक और y ऋणात्मक होती हैं।



एक चर वाला बिन्दु रेखीय चित्र

जब एक चर ग.अक्ष पर समय की माप और ल.अक्ष पर चरों के मूल्यों को प्रदर्शित करे और विभिन्न बिन्दुओं को प्रांकित करे और जो उन बिन्दुओं को एक सीधी रेखा से जोड़ते हैं। रेखा में होने वाले उतार-चढ़ाव या उच्चावचन चर में होने वाले बदलाव को दिखाता है और आधार-रेखा से होने वाली दूरी प्रांकित करने पर यह ग्राफ के विस्तार को दिखाती है।

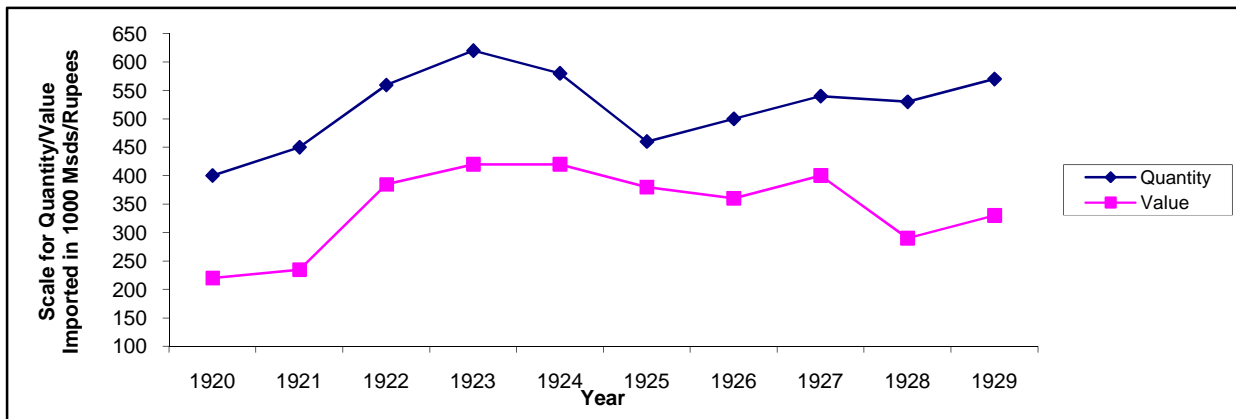
दो या अधिक चरों का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन

यदि माप की इकाईयाँ सजातीय हों या विजातीय हम उसे समान ग्राफ में दो या अधिक चरों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। यह तुलनात्मक रूप में सुविधाजनक होता है। यदि चर संख्या में बड़े हैं और उन सभी को समान ग्राफ में प्रदर्शित किया गया तो चरों के व्यवहार को समझने में कठिनाई होती है क्योंकि विभिन्न रेखाएं एक-दूसरे को काटती हैं जो ग्राफ के बने चित्र को समझने में भ्रमित करती है। अतः इस असुविधा से बचने के लिए हमें एक ग्राफ पेपर पर पाँच से अधिक चरों को प्रदर्शित नहीं करना चाहिए। और यदि माप की इकाई समान न हो तो एक ग्राफ पर दो चरों को ही प्रदर्शित करना चाहिए। अतः इसके लिए हम दो पैमाने अलग-अलग कोटि अक्ष पर लेते हैं एक बायें और दूसरा दायें कोटि अक्ष पर लेते हैं। अतः निम्न उदाहरण के द्वारा यह अधिक स्पष्ट है:

उदाहरण

निम्न तथ्यों के लिए उचित ग्राफ बनाओ?

वर्ष	1920	1921	1922	1923	1924	1925	1926	1927	1928	1929
अक्ष की मात्र (1000 mके में)	400	450	560	620	580	460	500	540	530	570
अक्ष की मात्र का मूल्य	220	235	385	420	420	380	360	400	290	330



Scale

1cm = 20,000 mds (for Quantity)

1 cm = 20,000 Rs. (for value)

आवृत्ति आयत चित्र

आवृत्ति वितरण को प्रदर्शित करने के लिए कालिक चित्र एक सामान्य विधि है यदि वर्गान्तर या आवृत्ति वितरण अपवर्जी नहीं है तो पहले हम उसे अपवर्जी वितरण में परिवर्तित करते हैं उसके पश्चात उसे खैतिज आधार रेखा पर चिन्हित करते हैं। आवृत्ति आयत चित्र में प्रत्येक वर्ग के लिए एक आयत बनता है। इस प्रकार जितने वर्ग होते हैं उतने आयत एक-दूसरे से सटे-सटे बनाये जाते हैं। आकार को भुजाक्ष पर तथा आवृत्ति को कोटि अक्ष पर प्रदर्शित करते हैं। प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल आवृत्ति के अनुपात में होता है। यदि वर्ग-अन्तराल बराबर नहीं होते हैं तो आयत का क्षेत्रफल या ऊँचाई उसके वर्ग की चौड़ाई की आवृत्ति के अनुपात में होती है। इस प्रकार के सभी आयत चित्र आवृत्ति आयत चित्र होते हैं।

आवृत्ति बहुभुज

आवृत्ति बहुभुज का निर्माण असमूहित वितरण के लिए होता है। आवृत्ति बहुभुज के निर्माण के लिए प्रत्येक वर्गान्तर पर बने हुए आयत की ऊपरी भुजा के मध्य बिन्दुओं को सरल रेखाओं द्वारा मिलाते हैं इसके बाद वक्र के दोनों छोरों को भुजाक्ष के दोनों किनारों से मिलाते हैं। यदि वर्ग-अन्तराल के मध्य दूरी छोटी होती है तो बहुभुज एक सरल वक्र होता है। बहुभुज को देखने से स्पष्ट होता है कि जितना क्षेत्रफल आवृत्ति चित्र का है लगभग उतना ही आवृत्ति बहुभुज घेरता है।

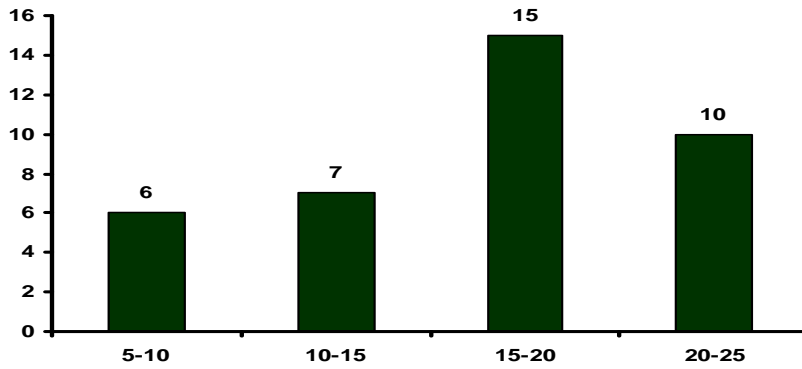
उदाहरण

निम्न संमकों को आवृत्ति आयत चित्र द्वारा प्रदर्शित करो:

अंक	छात्रों की संख्या
5-10	6
10-15	7

15–20	15
20–25	10

हल



उदाहरण

निम्न तथ्यों से आवृत्ति बहुभुज का निर्माण करो।

जेब खर्च (रु० में)	छात्रों की संख्या
0–5	10
5–10	16
10–15	30
15–20	42
20–25	50

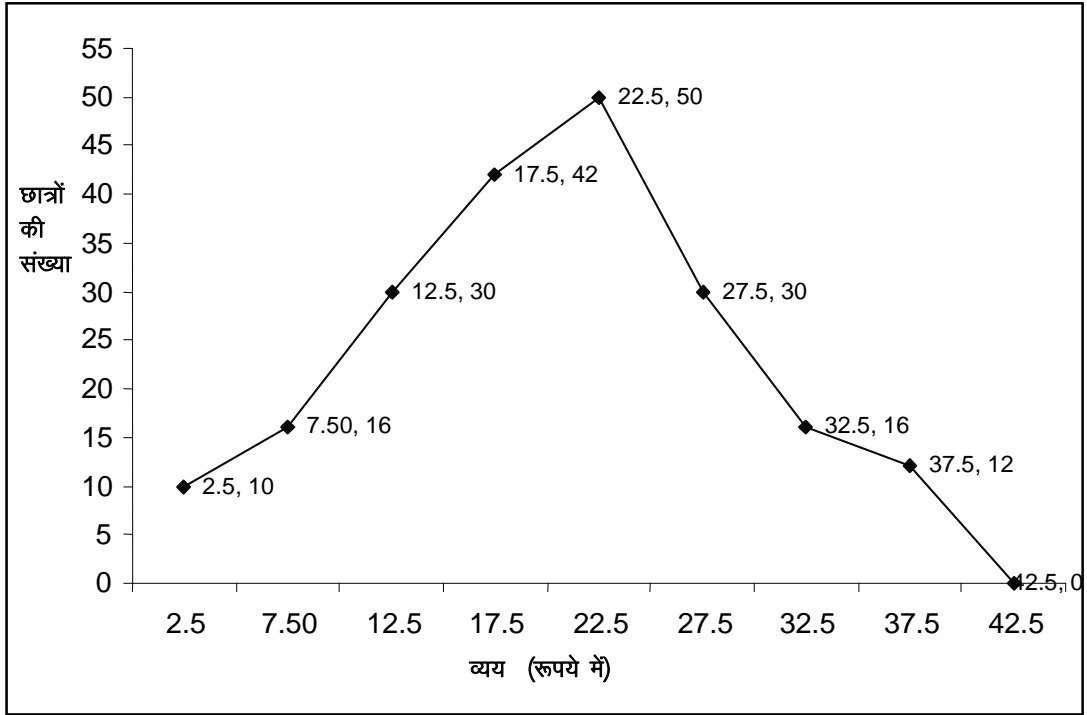
25–30	30
30–35	16
35–40	12

ऊपर 206 छात्रों की मासिक जेब खर्च का विवरण है

हल :

जेब खर्च (रु० में)	वर्ग चिन्ह	छात्रों की संख्या
0–5	2.5	10
5–10	7.5	16
10–15	12.5	30
15–20	17.5	42
20–25	22.5	50
25–30	27.5	30
30–35	32.5	16
35–40	37.5	12
40–45	42.5	0

यहाँ वर्ग 0–5 वर्ग चिन्ह 2.5 और आवृत्ति 0 है।



टिप्पणी

जब आवृत्ति आयत चित्र और आवृत्ति बहुभुज चित्र को समान ग्राफ पर बनाते हैं तो पहले आवृत्ति आयत चित्र और दिये गये तथ्यों के मध्य बिन्दु को आयत के ऊपरी हिस्से पर मध्य में बिन्दु द्वारा प्रदर्शित कर उसे सीधी रेखा से मिला देते हैं।

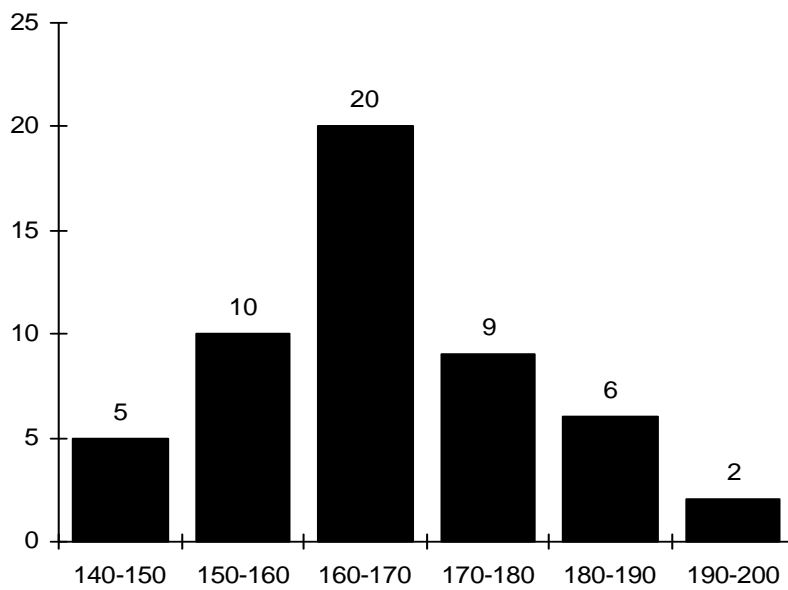
उदाहरण

किसी शहर के जीवन स्तर को साप्ताहिक अवलोकन के पश्चात दिया गया है।

Cost of Living Index	Number of Weeks
140–150	5
150–160	10
160–170	20

170–180	9
180–190	6
190–200	2

आवृत्ति आयत चित्र और आवृत्ति बहुभुज को एक ही पैमाने पर बनाओ?



आवृत्ति वक्र

आवृत्ति वक्र से पहले आवृत्ति आयत चित्र और आवृत्ति बहुभुज बनाना जरूरी है। यदि आवृत्ति

आयत चित्र सरल और सहज रूप से बना वक्र आयत चित्र और बहुभुज में प्रत्येक वर्गान्तर के मध्य बिन्दुओं और उसके आस-पास से होकर जाता है। यह वक्र लगभग घण्टाकार होता है। आवृत्ति बहुभुज और वक्र दोनों की सहायता से अविच्छिन्न श्रेणी में भूयिष्टिक का निर्धारण किया जाता है। दोनों में शिखर बिन्दु से भुजाक्ष पर लम्ब खींचा जाता है। जिस बिन्दु पर यह लम्ब भुजाक्ष को स्पर्श करता है वही भूयिष्टिक मूल्य होता है।

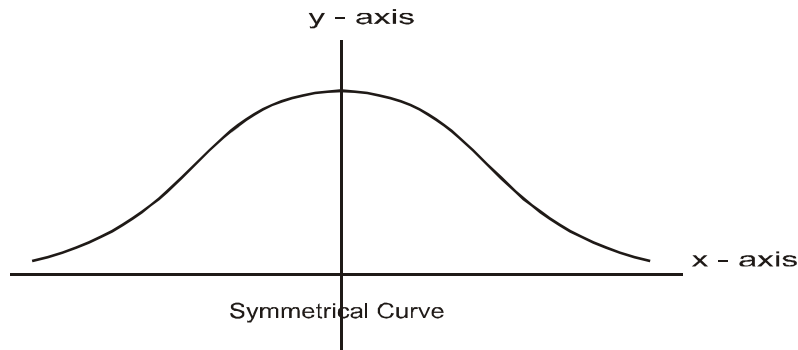
आवृत्ति वक्र के प्रकार

आवृत्ति वितरण के बिन्दुरेखीय प्रदर्शन में सामान्यतः कुछ आवृत्ति वक्र दिये गये हैं जो निम्न हैं:

1. समरूप वक्र अथवा घण्टाकार वक्र
2. असमरूप वक्र अथवा विषम वक्र
3. J-आकार के वक्र अथवा विपरीत J-आकार वक्र
4. U-आकार के वक्र

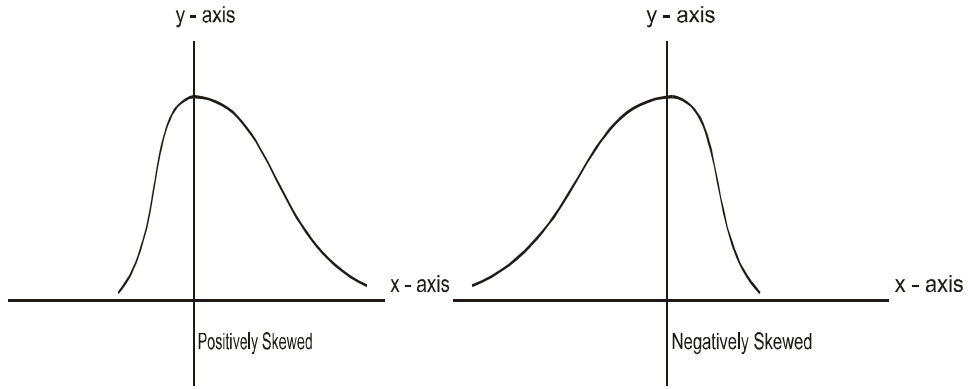
समरूप अथवा घण्टाकार वक्र

यदि वक्र उदग्र रेखा से सममित (समान) आकार का होता है तो उसे सममित वक्र कहते हैं। यह पूर्णरूप से घण्टाकार होता है। आवृत्ति का वितरण इस प्रकार होता है कि धीरे-धीरे शून्य से बढ़ती हुई आवृत्ति एक अधिकतम ऊँचाई पर पहुँच जाती है और फिर वहाँ उसी गति से धीरे-धीरे कम होती हुई समाप्त हो जाती है।



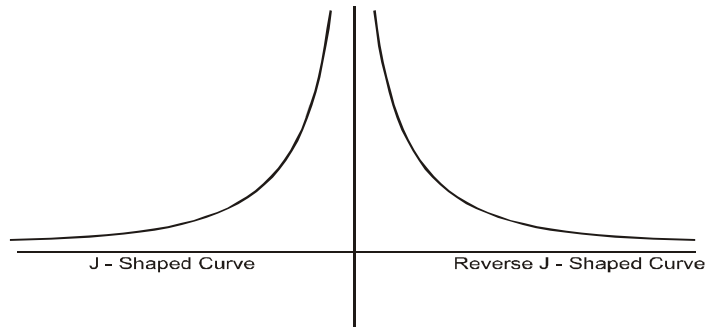
असमरूप वक्र अथवा विषम वक्र

यदि वक्र में कोई सममिती या समानता नहीं होती है तो उसे विषम वक्र कहते हैं। इस वक्र में वर्ग आवृत्ति अधिकतम से एक तरफ तेजी से घटती है। इस वक्र में सिरा हमेशा दूसरों से बड़ा होता है। यह दो प्रकार का होता है यदि लम्बा सिरा x-axis के धनात्मक तरफ होता है तो उसे धनात्मक विषम वक्र कहते हैं और यदि लम्बा सिरा x-अक्ष के ऋणात्मक तरफ होता है तो उसे ऋणात्मक विषम वक्र कहते हैं।



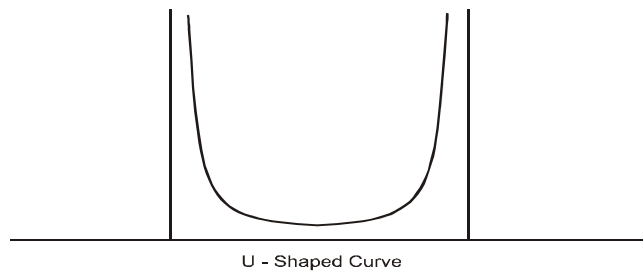
J- आकार-वक्र या विपरीत J- आकार-वक्र

जब वर्ग आवृत्ति एक सिरे पर आरम्भ से अन्त तक अधिकतम होती है तो वह J-आकार वक्र होता है यह Y- अक्ष के प्रत्येक तरफ हो सकता है।



U- आकार वक्र

जब अधिकतम आवृत्ति श्रेणी के आरम्भ व अन्त में होती है। मध्य में कम आवृत्तियाँ होती हैं। तब U के आकार का वक्र बनता है।



ओजाइव वक्र या संचयी आवृत्ति वक्र

यदि आवृत्ति वक्र की रचना न करके वर्ग की ऊपरी सीमाओं को भुजाक्ष पर अंकित करके संचयी आवृत्ति को कोटि –अक्ष पर प्रांकित करते हैं और उन्हें सरल रेखाओं से मिला देते हैं। इस प्रकार बने वक्र को ओजाइव वक्र कहते हैं। यदि वक्र की आवृत्ति बढ़ती है और वह हमेशा ऊपर की ओर बढ़ता है तो उसे 'less than' ogive curve कहते हैं। और यदि वक्र की आवृत्ति घटती है और वह ऊपर से नीचे की ओर आता है तो उसे 'More than' ogive curve कहते हैं। संचयी आवृत्ति वक्र की सहायता से हम मध्यांक या माध्यिका एवं चतुर्थक आदि आसानी से निकाल लेते हैं।

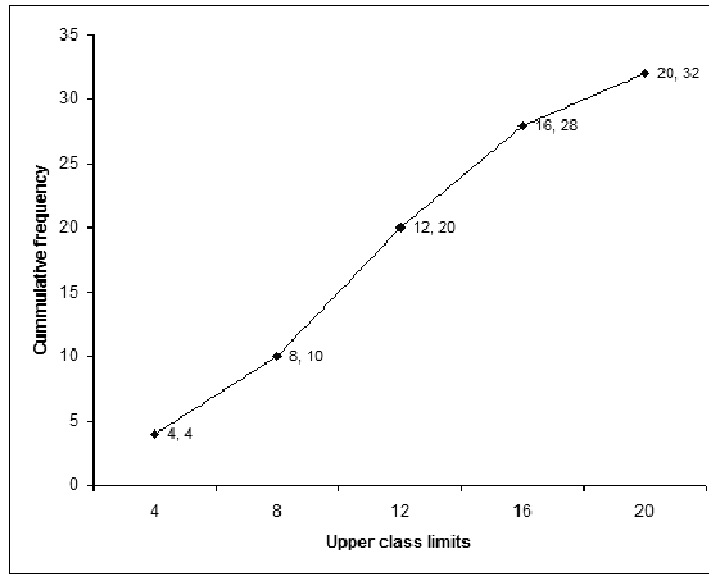
उदाहरण

निम्न तथ्यों के लिए ओजाइव वक्र बनाओं

वर्ग	आवृत्ति	संचयी आवृत्ति
0–4	4	4
4–8	6	10
8–12	10	20
12–16	8	28
16–20	4	32

हल

बिन्दुओं को प्रांकित करेंगे (4, 4), (8, 10), (12, 20), (16, 28) और (20, 32) उसके बाद उसे सहज रूप से सरल वक्र के द्वारा जोड़ेंगे जिससे निम्न ओजाइव वक्र बनेगा।



सन्दर्भ ग्रन्थ (Reference book)

1. Sancheti D. C. & Kapoor U. K., *Statistics (Theory, Methods & Application)* Sultan Chand & Sons, 1995.
2. SCHMID, C. F., *Statistical Graphics: Design Principles and Practices*, New York, NY, John Wiley & Sons, 1983.
3. CONOVER, W. J., *Practical Nonparametric Statistics*, 2nd ed., New York, NY, John Wiley & Sons, 1980.
4. GIBBONS, J. D., *Nonparametric Statistical Inference*, New York, NY, Marcel Dekker, 1985. LEHMANN, E. L., *Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks*, San Francisco, CA, Holden-Day, 1975.
5. PRATT, J. W., *Concepts of Nonparametric Theory*, New York, NY, Springer-Verlag, 1981.
6. FELLER, W., *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Vol. I, 3rd ed., New York, NY, John Wiley & Sons, 1968.
7. HOGG, R. V., AND A. ELLIOTT, *Probability and Statistical Inference*, 2nd ed., New York, NY, Macmillan Publishing Co., 1983..
8. Singh, A.N. *Statistics*, 2007.
9. HUFF, D., *How to Lie with Statistics*, New York, NY, W. W. Norton & Co., 1954.

XXXXXXXXXX